BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. D	4. C	5. B	6. D	7. D	8. B	9. A	10. C
11. B	12. A	13. C	14. B	15. B	16. C	17. D	18. C	19. D	20. A
21. B	22. A	23. B	24. A	25. D	26. B	27. D	28. A	29. A	30. C
31. D	32. A	33. C	34. D	35. C	36. D	37. B	38. C	39. D	40. C
41. D	42. A	43. A	44. D	45. C	46. A	47. A	48. D	49. C	50. D

Câu 1.

Chọn đáp án B □

Câu 2.

Chọn đáp án A □

Câu 3.

Chọn đáp án D □

Câu 4.

Chọn đáp án C □

Câu 5.

Chọn đáp án B □

Câu 6.

Chọn đáp án D □

Câu 7.

Chọn đáp án D □

Câu 8.

Chọn đáp án B □

Câu 9.

Chọn đáp án A □

Câu 10.

Chọn đáp án C □

Câu 11.

Chọn đáp án B □

Câu 12.

Chọn đáp án A □

Câu 13.

Chọn đáp án C □

Câu 14.

Chọn đáp án B □

Câu 15.

Chọn đáp án B □

Câu 16.

Chọn đáp án C □

Câu 17.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Ta có: $\log_a \sqrt[4]{a} = \log_a a^{\frac{1}{4}} = \dfrac{1}{4}\log_a a = \dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án C □

Câu 19.

Chọn đáp án D □

Câu 20. Ta có : $z + w = 4 + 2i + 3 - 4i = 7 - 2i$.

Chọn đáp án A □

Câu 21.

Chọn đáp án B □

Câu 22. Thể tích khối chóp được tính bằng công thức: $V = \dfrac{1}{3}B.h = \dfrac{5}{3}a^3$.

Chọn đáp án A □

Câu 23.

Chọn đáp án B □

Câu 24. Ta có $\int\limits_1^4 [f(x)-g(x)]\,dx = \int\limits_1^4 f(x)\,dx - \int\limits_1^4 g(x)\,dx = 3-(-2)=5.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 25.

Chọn đáp án (D) □

Câu 26. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$. Khi đó, giá trị cực tiểu $y_{CT}=y(-1)=-3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 27. Thể tích của khối trụ là: $V=\pi r^2 h = 6^2.3\pi = 108\pi$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 28.

Chọn đáp án (A) □

Câu 29. Ta có: $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6 \Leftrightarrow \log_2\left(a^3 b\right)=6 \Leftrightarrow a^3 b = 2^6 = 64$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 30. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y' = -3x^2+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1\ (\text{KTM}) \end{array}\right.$

+ Có $y(0)=0$, $y(1)=2$, $y(3)=-18$

Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 31. Hàm số đã cho có TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{-1\}$. Đồ thị hàm số đi lên với mọi $x\in D$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định hay $y'>0,\ \forall x\neq -1$.

Chọn đáp án (D) □

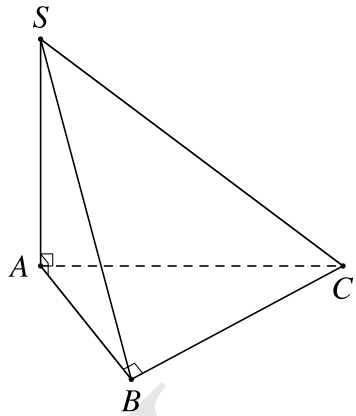
Câu 32. $\int\limits_0^2 [2f(x)-1]\,\mathrm{d}x = 2\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_0^2 \mathrm{d}x = 2\cdot 5-2=8.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 33.

Ta có $BC \perp SA, BC \perp BA \Rightarrow BC \perp (SAB)$. Mà $B \in (SAB)$

$\Rightarrow d(C,(SAB)) = BC = 2a$.



Chọn đáp án C □

Câu 34. $n_\Omega = C_{12}^3 = 220$

Gọi A là biến cố: "Lấy được 3 quả màu xanh."

Số cách để lấy ra 3 quả xanh là: $C_7^3 = 35$

$\Rightarrow P_{(A)} = \dfrac{35}{220} = \dfrac{7}{44}$

Chọn đáp án D □

Câu 35. $iz = 5+4i$

$\Rightarrow z = \dfrac{5+4i}{i} = \dfrac{(5+4i)i}{i^2} = \dfrac{5i+4i^2}{i^2} = 4-5i \Rightarrow \bar{z} = 4+5i$

Chọn đáp án C □

Câu 36. Gọi mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB là mặt phẳng (P)

$\Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{AB} = (3;1;2)$

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3;1;2)$ là :

$3(x-1)+1(y-0)+2(z-0)=0$

$\Leftrightarrow 3x+y+2z-3=0$

Chọn đáp án D □

Câu 37. Gọi đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là đường thẳng d.

$(P): x-2y+4z+1=0 \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = (1;-2;4) \Leftrightarrow \vec{u}_d = (1;-2;4)$

PTĐT d đi qua $M(-1;3;2)$ và có VTCP $\vec{u}_d = (1;-2;4)$ có phương trình là

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$$

Chọn đáp án B □

Câu 38. Góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng góc giữa hai đường thẳng $B'B$ và BC' bằng $\widehat{B'BC'}$.

Ta có $\Delta B'BC'$ vuông cân tại B nên $\widehat{B'BC'} = 45^\circ$.

Chọn đáp án C □

Câu 39. $(3^{x^2}-9^x)[\log_3(x+25)-3]\le 0$

ĐK: $x>-25$.

TH1: $\begin{cases}3^{x^2}-9^x\le 0\\ \log_3(x+25)-3\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3^{x^2}\le 3^{2x}\\ \log_3(x+25)\ge 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2\le 2x\\ x+25\ge 3^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\le x\le 2\\ x\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow x=2.$

TH2: $\begin{cases}3^{x^2}-9^x\ge 0\\ \log_3(x+25)-3\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3^{x^2}\ge 3^{2x}\\ \log_3(x+25)\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2\ge 2x\\ x+25\le 3^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\ x\le 0\end{array}\right.\\ x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le 0\\ x=2\end{array}\right..$

Kết hợp với điều kiện ta được $-25<x\le 0$ và $x=2$.

Mà $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{2,-24,-23,-22,-21,\cdots 0\}$. Vậy có 26 số nguyên x cần tìm.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Từ đồ thị hàm số, ta có $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}x=a<-1\\ x=0\\ x=b\in(1;2)\end{array}\right.$

$$\Rightarrow f(f(x))=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=a\in(-\infty;-1)\\ f(x)=0\\ f(x)=b\in(1;2)\end{array}\right.$$

+)$f(x)=a$ với $a\in(-\infty;-1)\Rightarrow$ phương trình có 1 nghiệm.

+)$f(x)=0\Rightarrow$ phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

+)$f(x)=b\in(1;2)\Rightarrow$ phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình có 7 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án C □

Câu 41. Khi $x\ge 1$ thì $F(x)=\int f(x)\,dx=\int(2x+5)\,dx=x^2+5x+C_1$

Khi $x<1$ thì $F(x)=\int f(x)\,dx=\int(3x^2+4)\,dx=x^3+4x+C_2$

Theo giả thiết $F(0)=2\Rightarrow C_2=2$

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=f(1)=7$ nên hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$

Suy ra hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Do đó hàm số $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\Rightarrow\lim\limits_{x\to 1^+}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)\Rightarrow C_1+6=C_2+5\Rightarrow C_1=1$

Vậy $F(-1)+2F(2)=-5+C_2+2(14+C_1)=27$

Chọn đáp án D □

Câu 42.

- Có $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$ suy ra $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1+t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2-t \end{cases}$

  Gọi $A = d \cap (P)$, suy ra $A(0,1,2)$.

- Điểm $B(-1,0,3) \in d$. Viết đường thẳng $d_1 : \begin{cases} \text{qua}\, B \\ \text{vuông góc } (P) \end{cases}$.

  Suy ra $d_1 : \begin{cases} x = -1+t' \\ y = 2t' \qquad , t' \in \mathbb{R}. \\ z = 3+t' \end{cases}$

  Gọi $B_1 = d_1 \cap (P)$, suy ra $B_1\left(-\dfrac{2}{3}; \dfrac{2}{3}; \dfrac{10}{3}\right)$.

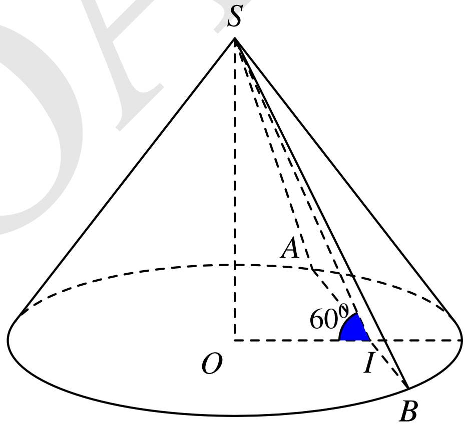
  Suy ra AB_1 là hình chiếu vuông góc của d lên (P).

- $\overrightarrow{AB_1} = \left(\dfrac{-2}{3}; \dfrac{-1}{3}; \dfrac{4}{3}\right) = \dfrac{-1}{3}(2;1;-4)$.

  Suy ra $AB_1 : \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 43.



+) Thiết diện là ΔSAB đều.

+) Gọi I là trung điểm của AB, O là tâm của đường tròn đáy.

+)Ta có : $\begin{cases} SI \perp AB, SI \in (SAB) \\ OI \perp AB, OI \in (OAB) \\ (OAB) \cap (SAB) = AB \end{cases} \Rightarrow ((SAB);(OAB)) = (OI;SI) = \widehat{SIO} = 60^\circ$

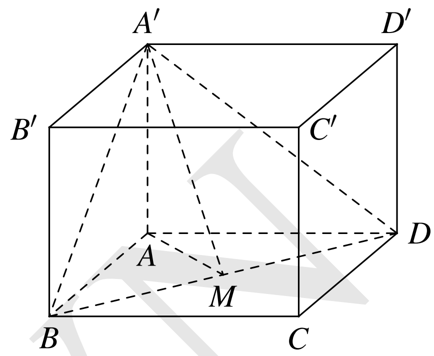
+) ΔSAB đều cạnh $4a$, SI là trung tuyến $\Rightarrow l = SA = 4a, SI = a.2\sqrt{3}$.

+) ΔSOI vuông tại O có $h = SO = SI.\sin 60^\circ = 3a \Rightarrow R = OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = a\sqrt{7}$.

Diện tích xung quanh khối nón (N) là $S_{xq} = \pi Rl = 4\sqrt{7}\pi a^2$.

Chọn đáp án A □

Câu 44.



+) Gọi M là trung điểm của BD. Mà $ABCD$ là hình vuông nên $AM \perp BD (1)$

$$\left.\begin{array}{l} DD' = BB' \\ A'D' = A'B' \\ \widehat{A'D'D} = \widehat{BB'A'} = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta DD'A' = \Delta BB'A' \text{ cân tại } A'$$

$\Rightarrow A'M \perp BD (2)$

$\Rightarrow (\widehat{(ABCD), (A'BD)}) = (\widehat{AM, A'M}) = \widehat{AMA'} = 30^\circ$

+)ΔABD vuông cân tại $A \Rightarrow 2AB^2 = BD^2$

$\Rightarrow AB^2 = \dfrac{4a^2}{2} = 2a^2 \Rightarrow AB = \sqrt{2}a.$

+) ΔAMB vuông tại M có:

$AM = \sqrt{AB^2 - MB^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a.$

+) $\Delta AMA'$ vuông tại A có: $\tan \widehat{AMA'} = \dfrac{AA'}{AM}$

$\Rightarrow AA' = \tan 30^\circ . a = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a.$

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.AB.AD = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a.\sqrt{2}a.\sqrt{2}a = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$

Chọn đáp án D □

Câu 45. Xét $f(x) = 27^{3x^2-9x+xy} - (xy+1)$ và áp dụng $a^x \geq x(a-1)+1$

Suy ra $f(x) \geq 26\left(3x^2 - 9x + xy\right) - xy - 1 = 84x^2 + 25xy - 234x - 1 > 0, \forall y \geq 10, \forall x \in \left(\dfrac{1}{3}; 3\right)$

Do đó $y \leq 10$

$y = 0 \Rightarrow 27^{3x^2-9x} = 1 \Rightarrow 3x^2 - 9x = 0$: loại.

$y \leq -3 \Rightarrow xy < -1 \Rightarrow \text{VP} < 0$: loại.

$y = -1, y = -2$: thỏa mãn (1)

Xét $y > 0$ ta có $f(3) = 27^{3y} - (3y+1) \geq 0, \forall y > 0$

và $f\left(\dfrac{1}{3}\right) = 3^{y-8} - \dfrac{y}{3} - 1 < 0, \forall y \in \{1;2;3;\ldots;9\}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow y \in \{-2;-1;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$

Chọn đáp án C □

Câu 46. Ta có $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) = x^3 + (3+a)x^2 + (b+2a+6)x + 2a + b + c$.

Suy ra $g'(x) = 3x^2 + 2(3+a)x + b + 2a + 6$.

Xét phương trình $\dfrac{f(x)}{g(x)+6}=1 \Leftrightarrow g(x)=f(x)-6 \Leftrightarrow 3x^2+2(a+3)x+2a+b+6=0$

$\Leftrightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right.$.

Ta có diện tích hình phẳng bằng

$$S=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{f(x)}{g(x)+6}-1\right)dx\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{f(x)-g(x)-6}{g(x)+6}\right)dx\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{g'(x)}{g(x)+6}\right)dx\right|=\left|\ln|g(x)+6|\right|\Big|_{x_1}^{x_2}$$

$$=\ln\Big|g(x_2)+6|-\ln|g(x_1)+6|\Big|=|\ln 4|=2\ln 2.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 47. Đặt $z=a+bi, w=c+di$ với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$.

Theo giải thiết $\begin{cases}|z|=1\\|w|=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2+b^2=1\\c^2+d^2=4.\end{cases}$ (*)

Ta có

$$\begin{aligned}|z+i\bar{w}-6-8i| &= |a+bi+i(c-di)-6-8i|=|a+d-6+(b+c-8)i|\\ &=\sqrt{(a+d-6)^2+(b+c-8)^2}=\sqrt{(-a-d+6)^2+(-b-c+8)^2}.\end{aligned}$$

Khi đó $\sqrt{(-a-d+6)^2+(-b-c+8)^2}+\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{d^2+c^2}\geq\sqrt{(6)^2+(8)^2}=10.$

$\sqrt{(-a-d+6)^2+(-b-c+8)^2}+3\geq 10 \Leftrightarrow \sqrt{(a+d-6)^2+(b+c-8)^2}\geq 7.$

Dấu "=" xảy ra khi $a=\dfrac{3}{5}, b=\dfrac{4}{5}, c=\dfrac{8}{5}, d=\dfrac{6}{5}$ thỏa mãn $(*)$.

Vậy $|z+i\bar{w}-6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 7.

Khi đó $z=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i, w=\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}i$. Suy ra $z-w=-1-\dfrac{2}{5}i \Rightarrow |z-w|=\dfrac{\sqrt{29}}{5}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 48. Xét phương trình: $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (1)

$\Delta'=(m+1)^2-m^2=2m+1$.

+Trường hợp 1: Phương trình (1) có nghiệm thực $\Rightarrow \Delta\geq 0 \Leftrightarrow m\geq -\dfrac{1}{2}$

Khi đó nghiệm của phương trình là $z_{1;2}=m+1\pm\sqrt{2m+1}$. Yêu cầu bài toán $|z|=7$ trở thành:

$$\left[\begin{array}{l} m+1-\sqrt{2m+1}=7\\ m+1-\sqrt{2m+1}=-7\\ m+1+\sqrt{2m+1}=7\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{2m+1}=m-6\\ \sqrt{2m+1}=m+8\\ \sqrt{2m+1}=6-m\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} m \geq 6 \\ 2m+1 = m^2 - 12m + 36 \end{cases} \\ \begin{cases} m \geq -8 \\ 2m+1 = m^2 + 16m + 64 \end{cases} \\ \begin{cases} m \leq 6 \\ 2m+1 = m^2 - 12m + 36 \end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} m \geq 6 \\ m^2 - 14m + 35 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m \geq -8 \\ m^2 + 14m + 63 = 0 (VN) \end{cases} \\ \begin{cases} m \leq 6 \\ m^2 - 14m + 35 = 0 \end{cases}\end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow m = 7 \pm \sqrt{14} \left(\text{thỏa mãn } m \geq -\dfrac{1}{2}\right)$.

+*Trường hợp 2*: Phương trình (1) không có nghiệm thực $\Rightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{2}$

Khi đó nghiệm của phương trình là $z_{1;2} = (m+1) \pm i\sqrt{-(2m+1)}$.

$|z_1| = |z_2| = \sqrt{(m+1)^2 - 2m - 1} = \sqrt{m^2}$

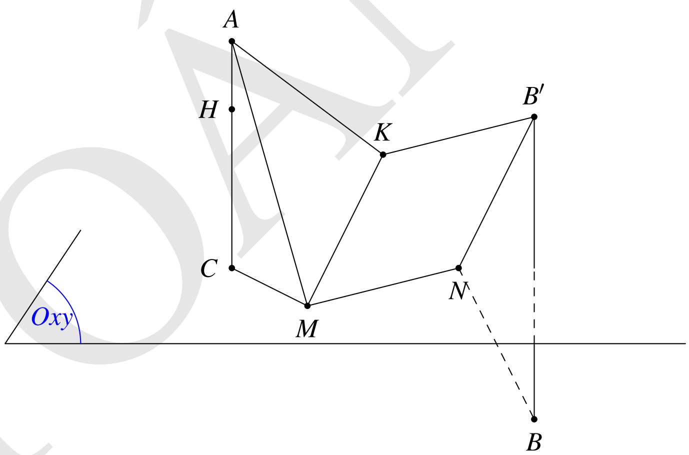
Theo đề bài ta có $|z_0| = 7 \Rightarrow \sqrt{m^2} = 7 \Leftrightarrow m^2 = 49 \Leftrightarrow m = \pm 7$.

Kết hợp điều kiện $m < -\dfrac{1}{2}$ thì $m = -7$.

Vậy $m \in \{-7, 7 \pm \sqrt{14}\}$. Có 3 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án D □

Câu 49. [IV]



+) Gọi C là hình chiếu của A lên (Oxy) suy ra $C(1, -3, 0)$.

+) Gọi B' là điểm đối xứng của B qua Oxy suy ra $B'(-2, 1, -2)$.

+) Chọn điểm K sao cho $\overrightarrow{KB'} = \overrightarrow{MN} \Rightarrow \begin{cases} KB' = 2 \\ KB' \parallel MN \end{cases} \Rightarrow K, B' \in (P): z = -2$.

+) Gọi H là giao của mặt phẳng (P) với AC suy ra $H(1, -3, -2) \Rightarrow \begin{cases} AH = 2 \\ HB' = 5 \\ HB' \perp AC. \end{cases}$

Ta có $|AM - BN| = |AM - B'N| = |AM - KM| \leqslant AK.$ (1)

Dấu "="xảy ra khi K nằm giữa A và M.

$$\begin{aligned} AK &= \sqrt{AH^2 + HK^2} = \sqrt{2^2 + HK^2} && (2) \\ HK &\leq HB' + B'K = 5 + 2 = 7 && (3). \end{aligned}$$

Dấu "="xảy ra khi B' nằm giữa H và K.

Từ (1), (2) và (3) suy ra $|AM - BN| \leqslant \sqrt{2^2 + 7^2} = \sqrt{53}$.

Dấu "="xảy ra khi $\begin{cases} B' \text{ nằm giữa } H \text{ và } K \\ KB' = MN = 1 \\ AK \cap (Oxy) = M \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{KB'}. \end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 50. **[IV]** Xét hàm số $u(x) = |x^3 + 5x| + m$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$u'(x)$		$-$	$\|$	$+$	
$u(x)$	$+\infty$	$\searrow$	m	$\nearrow$	$+\infty$

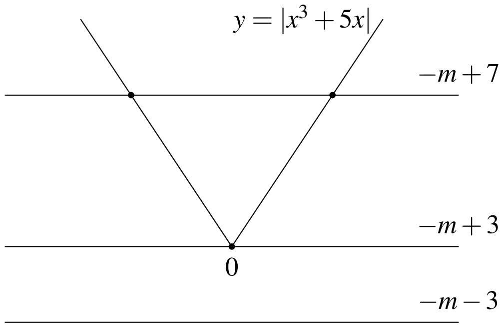
. Dựa vào bảng biến thiên, $x = 0$ là cực trị của $u(x)$ nên $x = 0$ cũng là cực trị của $g(x)$.

Ta có:

- $f'(x) = (x - 7)\left(x^2 - 9\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 3 \\ x = 7. \end{array}\right.$

- $g'(x) = \dfrac{(3x^2 + 5) \cdot (x^3 + 5x)}{|x^3 + 5x|} \cdot f'(|x^3 + 5x| + m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x^3 + 5x| + m = -3 \\ |x^3 + 5x| + m = 3 \\ |x^3 + 5x| + m = 7. \end{array}\right.$ (1)

Để hàm số có ít nhất 3 điểm cực trị thì (1) phải có ít nhất 2 nghiệm bội lẻ



Quan sát đồ thị suy ra $-m+7>0 \Leftrightarrow m<7$. Mà $m>0; m\in\mathbb{Z}$ suy ra $m\in\{1,2,3,4,5,6\}$

Chọn đáp án D $\square$